Решения заданий муниципального этапа Всероссийской олимпиады школьников Новосибирской области по математике 2023-2024 г.г.
Решение каждой задачи олимпиады оценивается из 7 баллов

7 класс
!Внимание!

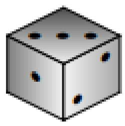
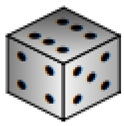
Решения, полученные ребёнком, могут в корне отличаться от решений, приведенных здесь. Каждое правильное решение, вне зависимости от количества написанных букв, количества исписанных страниц и использования разных значений оценивается в 7 баллов. В графе “критерии” написаны возможные частичные продвижения, которые можно если не оценить полностью, то частично. Введение других частичных критериев возможно только с разрешения старшего по классу. Если критериев нет, то априорно предполагается, что задача считается либо решенной, либо нерешенной, но не отменяет того, что дополнительные критерии могут возникнуть в ходе проверки.

7.1. Можно ли представить 2023 в таком арифметическом выражении так, чтобы при перестановке двух соседних цифр в каком-то числе местами в этом выражении сумма равнялась бы 2024?

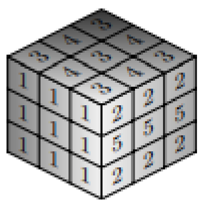
Решение. Да, например 2018 + 45:9 = 2023 и 2018 + 54:9 = 2024

Критерии: нет.

7.2. У фаната настольных игр Александра есть набор из 27 игральных шестигранных кубиков. Однажды он собрал их в куб 3х3х3 так, чтобы любых два кубика соприкасались одинаковым количеством точек. Какое наибольшее количество точек Александр может оставить видимыми снаружи куба 3х3х3?
Снизу показаны два различных ракурса на игральный кубик. Сумма противоположных граней кубика равна 7.

Ответ 189
Решение. Если у маленького кубика видимая сторона равна x, то на “невидимой” стороне этого кубика будет обязательно число 7- x. У большого кубика 27 пар различных сторон. Поэтому неважно как Александр будет раскладывать свои кубики, поскольку сумма точек будет равна 27*7 = 189. Примеров может быть очень много, один из них нарисован ниже



Критерии. Только оценка - 6 баллов, пример - 1 балл
7.3. В конце каждого занятия в математическом кружке, ребенок, решивший больше всех задач, может взять себе 6 карамельки из общей коробки, а все остальные берут по одной. В конце четверти у Семена получилось собрать у себя 41 карамельку, у Ратибора - 46

карамелек, а у Михаила - 47 карамелек. Известно, что кто-то из детей заболел и не смог прийти на одно занятие, а остальные не пропускали. Кто из детей болел?

Ответ Ратибор.

Решение. Поймем, что разница в выданных конфетах после каждого кружка всегда делится на 3, значит и разность между двумя присутствующими детьми должна делиться на 3. Стало быть разница и в конце четверти должна делиться на 3, но из трёх детей, только двое образуют разницу делящуюся на 3, и, значит, болел Ратибор.

Критерии. Замечено, что разность в выданных конфетах после каждого занятия делится на 3 - 3 балла.

7.4. За Очень Большой круглого стол село 2023 туземца, каждый из которых является рыцарем или лжецом (рыцари говорят правду, лжецы всегда лгут). Каждый из присутствующих сказал, что он сидит между рыцарем и лжецом. Из-за большого количества людей один (и ровно один) рыцарь перенервничал и ошибся. Сколько всего рыцарей собралось за столом?

Ответ. 1349

Решение. Заметим, что два лжеца не могут сидеть подряд, иначе следующий за этими двумя лжецами обязан быть лжецом, а за ними еще один лжец, и тд. чего не может быть, поскольку рыцарь хотя бы один присутствует. Пусть для начала все рыцари сказали правду, тогда все люди за столом делятся на тройки вида РРЛ. Теперь лгущего рыцаря можно посадить либо между двух рыцарей, либо посадить вместе со лжецом между рыцарем и лжецом. В зависимости от этого, общее количество людей будет давать остаток 1 или 2 при делении на 3. А поскольку 2023 дает остаток 1 при делении на 3, то общее количество рыцарей равно $\frac{2}{3}$ *2022+ 1 = 1349
Критерии. Замечено, что два лжеца не сидят рядом - 2 балла.

7.5. На торжественный вечер в честь дня рождения пришли несколько человек. Оказалось, что каждый гость был знаком ровно с 14 другими людьми, при этом у каждых двух знакомых людей есть ровно 6 других общих знакомых на вечеринке, а у каждых двух незнакомых людей есть ровно два общих друга. Сколько людей пришло на торжество?

Ответ: 64

Решение. Возьмем Никиту и его 14 знакомых людей, назовем эту группу из 15 человек - Н. Из этой группы вытащим Артёма. Тогда у Артёма есть 7 знакомых людей не из группы Н , поскольку из 14 знакомых Артёма есть Никита и ещё 6 знакомых в группе Н. Тогда найдется ровно 14*7 = 98 пар вида (Евгений, Иван), где Евгений - какой-то человек (возможно, Артём) из тусовки Н, но не Никита, а Иван - какой-то знакомый Евгения не в тусовке Н. С другой стороны, поскольку Евгений не является знакомым Никиты, то по определению группы Н, у Никиты и Евгения есть два общих знакомых и они все в группе Н (потому что в эту группу мы собрали всех знакомых Никиты). Значит 98 является удвоенным количеством людей не из группы Н. Тогда поскольку в группе Н - 15 человек, то всего людей пришедших на день рождения равно 15+49 = 64.

Заметим, что такая конфигурация на 64 человека - возможна. Расставим всех людей на шахматную доску и скажем, что два человека знакомы между собой, если они находятся на одной строке или в одном столбце.

Критерии. Оценка на 98 пар вида, приведенного в решении - 2 балла